Бобини с индуктивна връзка

Индуктивно-свързани бобини

Коефициент на взаимна индукция

По рано в този курс дефинирахме понятието коефициент на самоиндукция като:

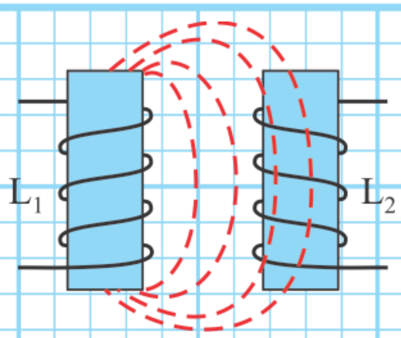
$$L = \frac{\Phi}{i}$$

където Φ е магнитният поток, създаван от токът i, течащ по проводников контур.

Също така разгледахме законът на Фарадей (закон за електромагнитната индукция), съгласно който ако през един затворен проводников контур минава променлив магнитен поток Φ, в контура ще се индуцира е.д.н. съгласно:

$$\mathrm{e} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Представете си, че две бобини се намират в близост една до друга, като през първата (L_1) тече ток i_1, който създава магнитен поток Φ_1. Част от този магнитен поток (Φ_{12}) достига до втората бобина (L_2), при което съгласно законът на Фарадей, в нея ще се индуцира е.д.н.



Отношението между Φ_{12} и токът i_1 се нарича взаимна индукция (или коефициент на взаимна индукция):

$$M = \frac{\Phi_{12}}{i_1}$$

В сила е следната зависимост:

$$\boxed{M = \frac{\Phi_{12}}{i_1} = \frac{\Phi_{21}}{i_2}}$$

т.е. взаимната индукция е една и съща и за двете бобини. Коефициентът M зависи от формата, размерите, взаимното положение и магнитната проницаемост μ на веществото, между двете бобини.

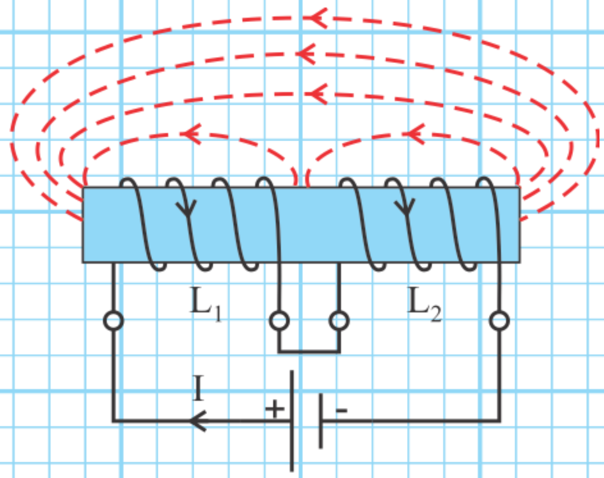
Мерната единица за взаимна индукция е Хенри [H].

Еквивалентни схеми на бобини с индуктивна връзка

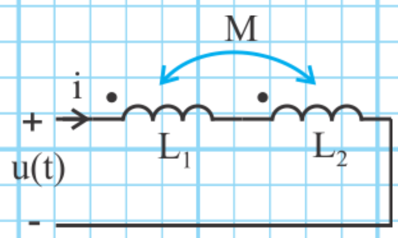
Последователно съединение на индуктивно-свързани бобини

Нека са дадени две бобини L_1 и L_2, свързани последователно, чиято взаимна индуктивност е M. В зависимост от взаимното местоположение на двете бобини, техните магнитни полета могат да се съпосочни (да се допълват) или разнопосочни (да се противопоставят).

Първата ситуация, при която магнитните полета се допълват, се нарича съгласувано свързване и има следния вид:

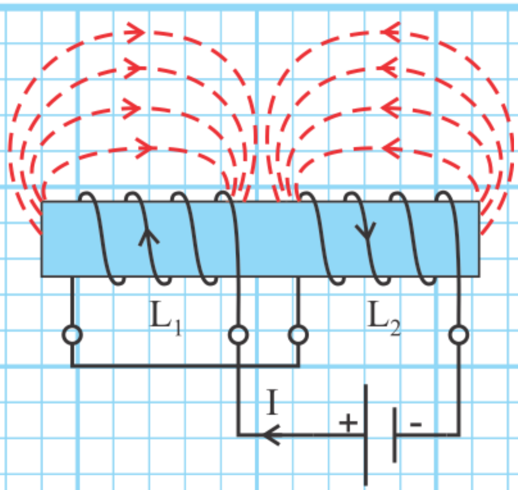


Условното означение на съгласувано свързване на бобини е:

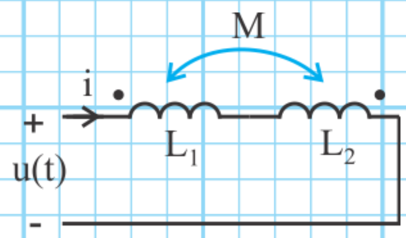


Един от изводите на индуктивно-свързаните бобини се отбелязва с точка (или звезда), като при съгласувано свързване токът i е еднакво ориентиран спрямо точките на двете бобини (влиза в точките или излиза от точките и на двете бобини).

При несъгласувано свързване магнитите полета са с противоположна посока, а ориентацията на бобините е:



Условното означение на несъгласувано свързване е:



Вижда се, че в случая в едната бобина токът влиза откъм точката, а в другата – от към другата страна.

Нека две съгласувано сврързани бобини с индуктивна връзка се захранват от източник на напрежение $u(t)$. Тъй като при съгласувано свързване магнитните полета се допълват, можем да запишем следното уравнение по ВЗК:

$$u(t) = u_1(t) + u_M(t) + u_2(t) + u_M(t) = \\ = L_1\frac{di}{dt} + M\frac{di}{dt} + L_2\frac{di}{dt} + M\frac{di}{dt} = (L_1 + L_2 + 2M)\frac{di}{dt}$$

В последното уравнение $u_M(t)$ е падът на напрежение, дължащ се на взаимната индуктивност M. В уравнението има два пада $u_M(t)$:

- Единият се дължи на е.д.н., което бобината L_1 индуцира в L_2;

- Вторият се дължи на е.д.н., което бобината L_2 индуцира в L_1;

От последното уравнение се вижда, че еквивалентната индуктивност на двете съгласувано свързани бобини с индуктивна връзка е:

$$\boxed{L_E = L_1 + L_2 + 2M}$$

При несъгласувано свързване, магнитните полета на двете бобини се противопоставят, така че уравнението по ВЗК е:

$$u(t) = u_1(t) - u_M(t) + u_2(t) - u_M(t) =$$
$$= L_1\frac{di}{dt} - M\frac{di}{dt} + L_2\frac{di}{dt} - M\frac{di}{dt} = (L_1 + L_2 - 2M)\frac{di}{dt}$$

т.е. еквивалентната индуктивност в случая е:

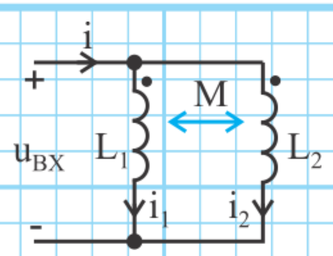
$$\boxed{L_E = L_1 + L_2 - 2M}$$

<u>Паралелно съединение на индуктивно-свързани бобини</u>

Нека две бобини L_1 и L_2 са свързани паралелно, като тяхната взаимна индуктивност е M. Отново съществуват две ситуации:

- Бобините са съгласувано свързани;
- Бобините са несъгласувано свързани.

Нека разгледаме първата ситуация, при която бобините са съгласувано свързани, т.е. техните магнитни полета се допълват взаимно. Схематично това съединение се означава по следния начин:



т.е. токовете i_1 и i_2 са еднакво ориентирани спрямо точката.

Нека схемата се захранва от източник $u_{\text{ВХ}}(t)$. Тогава можем да запишем следните уравнения по ВЗК:

$$\left| \begin{array}{l} u_{\text{ВХ}} = L_1 \dfrac{di_1}{dt} + M \dfrac{di_2}{dt} \\ u_{\text{ВХ}} = L_2 \dfrac{di_2}{dt} + M \dfrac{di_1}{dt} \end{array} \right.$$

Можем да запишем горната система в матрична форма:

$$\begin{vmatrix} \dfrac{di_1}{dt} \\ \dfrac{di_2}{dt} \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_{\text{ВХ}} \\ u_{\text{ВХ}} \end{vmatrix}$$

Детерминантите са:

$$=> \quad \Delta = \begin{vmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{vmatrix} = L_1 . L_2 - M^2$$

$$=> \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} u_{\text{ВХ}} & M \\ u_{\text{ВХ}} & L_2 \end{vmatrix} = u_{\text{ВХ}}(L_2 - M)$$

$$=> \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} L_1 & u_{\text{ВХ}} \\ M & u_{\text{ВХ}} \end{vmatrix} = u_{\text{ВХ}}(L_1 - M)$$

Следователно решенията са:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{\Delta_1}{\Delta} \qquad \frac{di_2}{dt} = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

За схемата можем да запишем следното уравнение по ПЗК:

$$i = i_1 + i_2$$

Ако диференцираме последното уравнение получаваме:

$$\frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} = \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{\Delta} = \frac{u_{\text{ВХ}}(L_2 - M) + u_{\text{ВХ}}(L_1 - M)}{L_1.L_2 - M^2}$$
$$= u_{\text{ВХ}} \frac{L_1 + L_2 - 2.M}{L_1.L_2 - M^2}$$

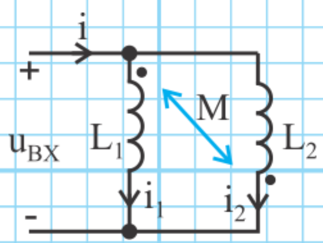
Следователно еквивалентната индуктивност на съгласувано-свързани паралелни бобини с индуктивна връзка е:

$$u_{\text{ВХ}}(t) = \left(\frac{L_1.L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2.M}\right)\frac{di}{dt} = L_E \frac{di}{dt}$$

или

$$\boxed{L_E = \frac{L_1.L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2.M}}$$

Несъгласуваното свързване на паралелни бобини с индуктивна връзка се означава с:

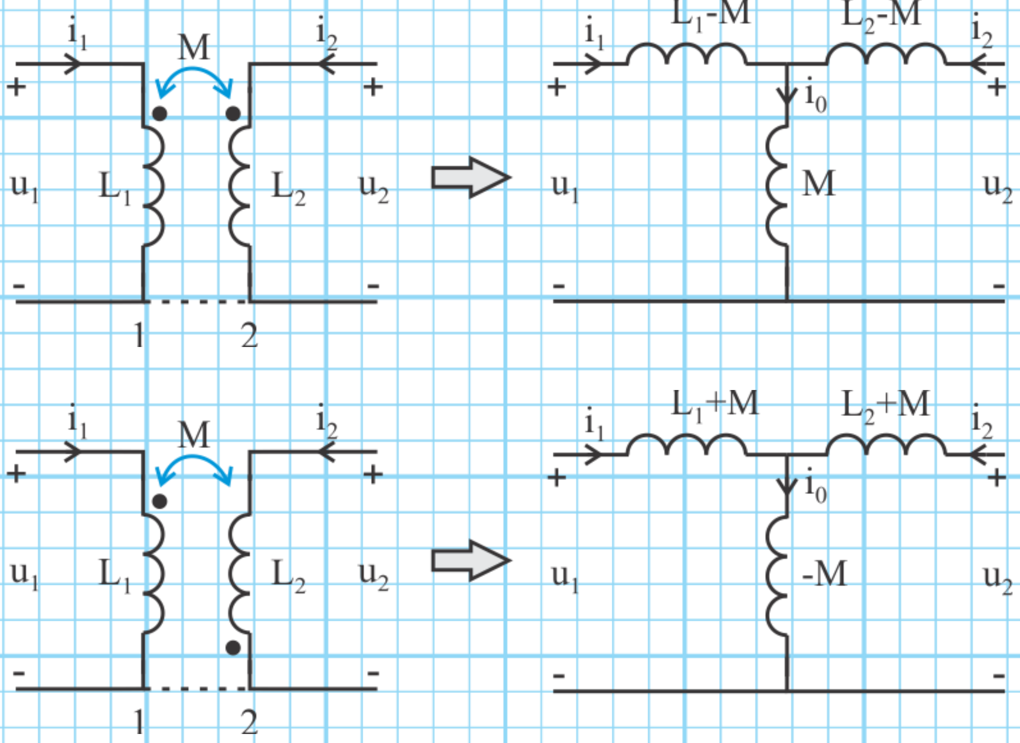


По аналогичен начин може да се докаже, че еквивалентната индуктивност на това съединение е:

$$L_E = \frac{L_1.L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2.M}$$

Елиминиране на индуктивна връзка

Нека две бобини с индуктивна връзка са свързани по начина показан на схемата. Тогава може да се създаде еквивалентна Т-образна заместваща схема:



Забележка: Възлите 1 и 2 на оригиналната схема могат да са или да не са свързани, като това не изменя еквивалентната схема.

Доказателство

Първо ще запишем система уравнения при съгласувано свързване за оригиналната схема:

$$\begin{cases} u_1 = L_1 \dfrac{di_1}{dt} + M \dfrac{di_2}{dt} \\ u_2 = L_2 \dfrac{di_2}{dt} + M \dfrac{di_1}{dt} \end{cases}$$

След това ще запишем системата за еквивалентната схема:

$$\begin{cases} u_1 = (L_1 - M) \dfrac{di_1}{dt} + M \dfrac{di_0}{dt} \\ u_2 = (L_2 - M) \dfrac{di_2}{dt} + M \dfrac{di_0}{dt} \end{cases}$$

От ПЗК знаем, че:

$$i_0 = i_1 + i_2 \quad \rightarrow \quad \frac{di_0}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt}$$

Заместваме $\frac{di_0}{dt}$ в системата на еквивалентната схема и получаваме същата система като при оригиналната схема:

$$\begin{cases} u_1 = (L_1 - M) \dfrac{di_1}{dt} + M \dfrac{di_1}{dt} + M \dfrac{di_2}{dt} = L_1 \dfrac{di_1}{dt} + M \dfrac{di_2}{dt} \\ u_2 = (L_2 - M) \dfrac{di_2}{dt} + M \dfrac{di_1}{dt} + M \dfrac{di_2}{dt} = L_2 \dfrac{di_2}{dt} + M \dfrac{di_1}{dt} \end{cases}$$

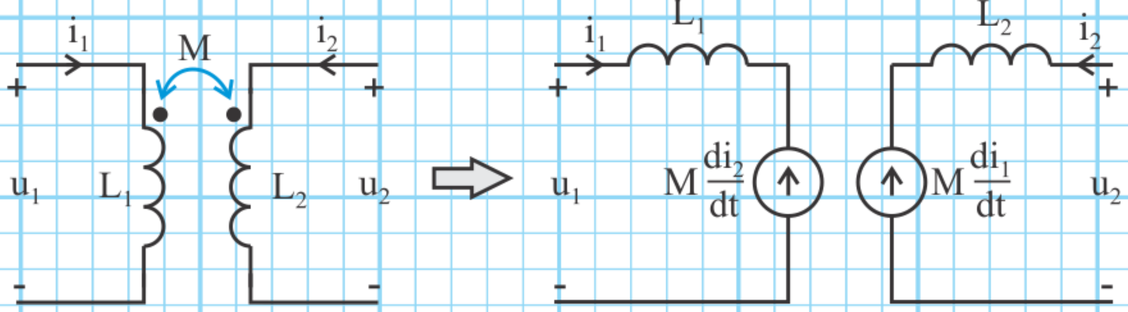
По аналогичен начин можем да докажем и еквивалентната схема при несъгласувано свързване.

Еквивалентна заместваща схема в общия случай

В общия случай индуктивно-свързаните бобини могат да са разположени на всевъзможни места във схемата, а също така може да имат индуктивна връзка с повече от една бобина.

Съгласувано-свързани бобини

В случай на две съгласувано свързани бобини, може да се създаде еквивалентна заместваща схема, като индуктивната връзка се замени с два зависими източника с големини $M\frac{di_2}{dt}$ и $M\frac{di_1}{dt}$, чиито посоки са противоположни на тези на токовете:

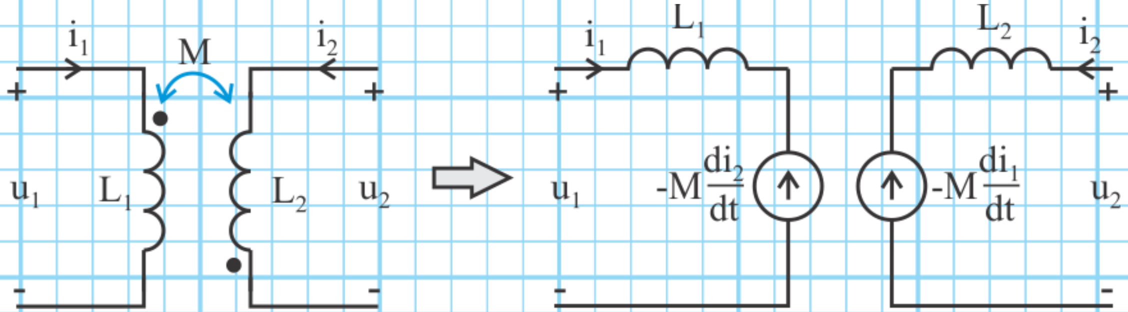


Това твърдение може да се докаже много лесно, тъй като системата от уравнения по ВЗК е еднаква и за двете схеми:

$$\begin{vmatrix} u_1(t) = L_1\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt} \\ u_2(t) = L_2\frac{di_2}{dt} + M\frac{di_1}{dt} \end{vmatrix}$$

Несъгласувано-свързани бобини

По аналогичен начин при несъгласувано свързване на две бобини, индуктивната връзка може да се замени с два зависими източника с големини $-M\frac{di_2}{dt}$ и $-M\frac{di_1}{dt}$, чиито посоки са противоположни на тези на токовете.



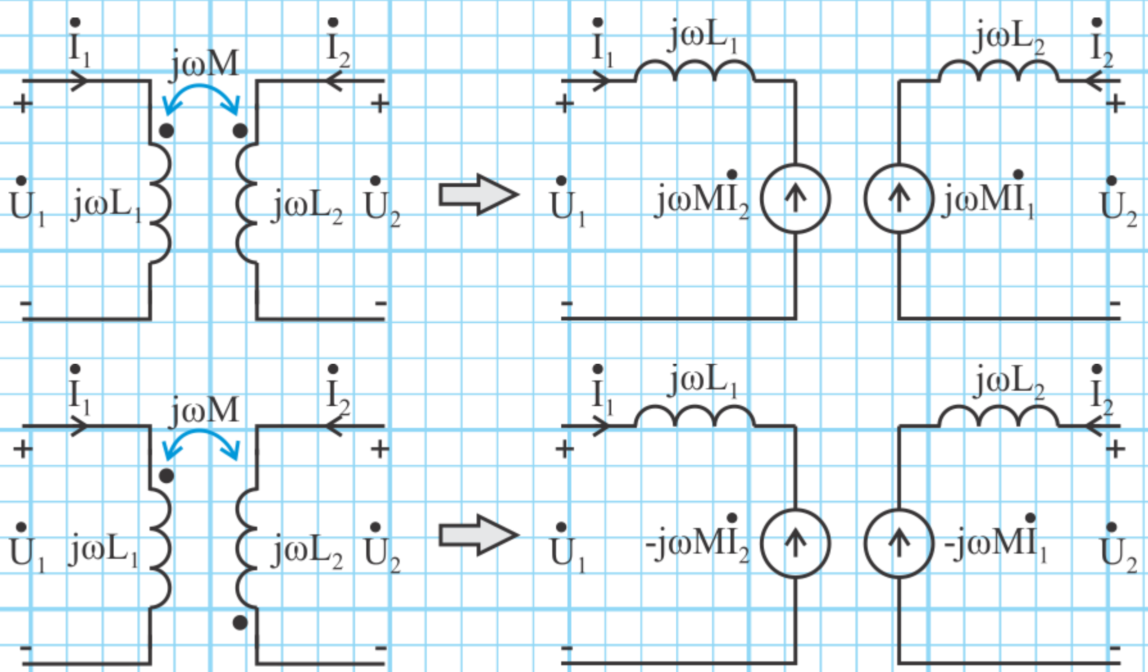
В случая системата уравнения по ВЗК и за двете схеми е:

$$\begin{cases} u_1(t) = L_1 \dfrac{di_1}{dt} - M \dfrac{di_2}{dt} \\ u_2(t) = L_2 \dfrac{di_2}{dt} - M \dfrac{di_1}{dt} \end{cases}$$

Заместваща схема с комплексни числа

В посочените по-горе заместващи схеми, величините са дадени като функция на времето. В случай че напреженията и токовете са синусоидални, можем да съставим еквивалентна заместваща схема с комплексни числа, като:

- При съгласовано-свързани бобини индуктивната връзка се замества с два източника $j\omega M\dot{I}_1$ и $j\omega M\dot{I}_2$;
- При несъгласовано-свързани бобини индуктивната връзка се замества с два източника $-j\omega M\dot{I}_1$ и $-j\omega M\dot{I}_2$.



Системата уравнения за оригиналните и за заместващите схемите е:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1 \end{cases}$$

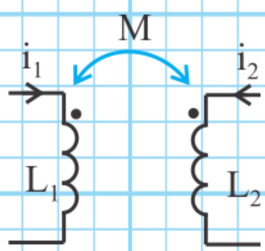
като знакът плюс (+) съответства на съгласувано свързване, а минус (-) – на несъгласувано.

Енергия при индуктивно-свързани бобини

Вече знаем, че енергията съдържаща се в бобина L, по която тече ток i, е:

$$W_L = \frac{1}{2}.L.i^2$$

Нека да разгледаме две индуктивно-свързани бобини:



Моментната мощност, предаване от първата към втората бобина, е:

$$p_{M12}(t) = i_2.u_M = i_2.M\frac{di_1}{dt}$$

Ако интегрираме мощността в периода от t_1 до t_2 общата предадена енергия е:

$$W_{M12} = \int_{t_1}^{t_2} p_{M12}(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} i_2 M\frac{di_1}{dt}dt = M\int_0^I i_2 di_1 = \frac{1}{2}Mi_1 i_2$$

По аналогичен начин, мощността предавана от втората към първата бобина е:

$$p_{M21}(t) = i_1 . u_M = i_1 . M \frac{di_2}{dt}$$

а енергията, предадена в периода от t_1 до t_2, е:

$$W_{M12} = \int_{t_1}^{t_2} p_{M21}(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} i_1 M \frac{di_2}{dt} dt = M \int_0^I i_1 di_2 = \frac{1}{2} M i_1 i_2$$

Тъй като енергията заредена в бобините, в следствие на собствената им индуктивност, е:

$$W_{L1} = \frac{1}{2} . L_1 . {i_1}^2 \quad \text{и} \quad W_{L2} = \frac{1}{2} . L_2 . {i_2}^2 ,$$

сумарната енергия, заредена в две бобини с индуктивна връзка, е:

$$\boxed{W = \frac{1}{2} . L_1 . {i_1}^2 + \frac{1}{2} . L_2 . {i_2}^2 \pm M . i_1 i_2}$$

Знакът плюс (+) съответства на съгласувано свързване, а знакът минус (-) – на несъгласувано.

Тъй като заредената енергия е винаги положителна, можем да запишем последното уравнение по следния начин:

$$\frac{1}{2} . L_1 . {i_1}^2 + \frac{1}{2} . L_2 . {i_2}^2 - M . i_1 i_2 \geq 0$$

или

$$\frac{1}{2}\left(\sqrt{L_1}.i_1 - \sqrt{L_2}i_2\right)^2 + i_1 i_2\left(\sqrt{L_1 L_2} - M\right) \geq 0$$

Като се има предвид, че:

- Първата съставка е неотрицателна:

$$\left(\sqrt{L_1}.i_1 - \sqrt{L_2}i_2\right)^2 \geq 0$$

- При равни токове и индуктивности първата съставка е 0:

$$\left(\sqrt{L_1}.i_1 - \sqrt{L_2}i_2\right)^2 = 0$$

е очевидно, че втората съставка също трябва да е неотрицателна:

$$\sqrt{L_1 L_2} - M \geq 0$$

Това позволява да се дефинира коефициентът на взаимна връзка k:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

Коефициентът на взаимна връзка приема стойности в обхвата $0 \leq k \leq 1$ и показва колко добра е индуктивната връзка между двете бобини. За бобини, които не са индуктивно-свързани, $k = 0$, а при идеална индуктивна връзка на две бобини (възможна е само на теория), $k = 1$.

Анализ на вериги с индуктивна връзка

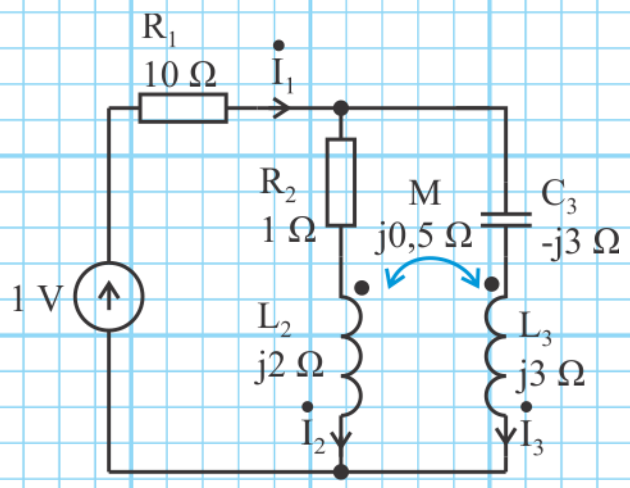
При анализ на синусоидални вериги с индуктивна връзка се важат същите правила като при обикновените синусоидални вериги, но първо е удобно да се състави еквивалентна заместваща схема без индуктивна връзка.

Метод със законите на Кирхоф

Методът със законите на Кирхоф може да се приложи за вериги, съдържащи индуктивно свързани бобини, по следния начин:

1. Създава се еквивалентна заместваща схема без индуктивна връзка;
2. Записване на система линейни уравнения, чиито неизвестни са неизвестните клонови токове.

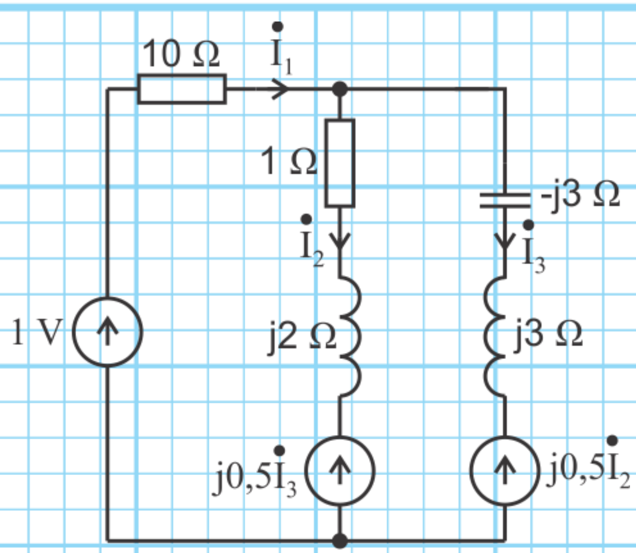
<u>Пример:</u> Да се определят токовете във веригата.



Взаимната индукция между бобините е дадена като комплексно взаимно съпротивление:

$$j\omega M = j0.5\ \Omega$$

Тъй като и двата тока $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$ влизат в бобините от към точките, двете бобини са свързани съгласувано. Следователно за да премахнем индуктивната връзка можем да я заменим с два зависими източника, с посоки противоположни на токовете и големини $j0{,}5\dot{I}_2$ и $j0{,}5\dot{I}_3$.



Записваме система уравнения:

$$\left|\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_2 + \dot{I}_3 \\ 1 - j0{,}5\dot{I}_3 &= 10\dot{I}_1 + (1+j2)\dot{I}_2 \\ j0{,}5\dot{I}_3 - j0{,}5\dot{I}_2 &= -(1+j2)\dot{I}_2 + (j3 - j3)\dot{I}_3 \end{aligned}\right.$$

Записваме системата в матричен вид:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 10 & 1+j2 & j0{,}5 \\ 0 & 1+j1{,}5 & j0{,}5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Детерминантите са:

$$\Delta = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 10 & 1+j2 & j0{,}5 \\ 0 & 1+j1{,}5 & j0{,}5 \end{bmatrix} =$$

$$= -j0{,}5(1+j2) + 10(1+j1{,}5) + j0{,}5(1+j1{,}5) - j0{,}5.10 =$$

$$= -j0{,}5 + 1 + 10 + j15 + j0{,}5 - 0{,}75 - j5 = 10{,}25 + j10$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1+j2 & j0{,}5 \\ 0 & 1+j1{,}5 & j0{,}5 \end{bmatrix} = 1 + j1{,}5 - j0{,}5 = 1 + j$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 10 & 1 & j0,5 \\ 0 & 0 & j0,5 \end{bmatrix} = -j0,5$$

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 10 & 1+j2 & 1 \\ 0 & 1+j1,5 & 0 \end{bmatrix} = 1+j1,5$$

Следователно токовете са:

$$\dot{I}_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1+j}{10,25+j10} = 0,099 + j0,001\ A$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-j0,5}{10.25+j10} = -0,024 - j0,025\ A$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{1+j1,5}{10,25+j10} = 0,123 + j0,026\ A$$

Метод с възловите потенциали

По принцип методът с възловите потенциали е приложим във вериги със зависими източници, но поради факта, че в случая, има два зависими източника, чиито големини зависят от токът на другия, анализът се усложнява.

Но в случай, че можем да елиминираме индуктивната връзка без използване на зависими източници, методът е лесно приложим.

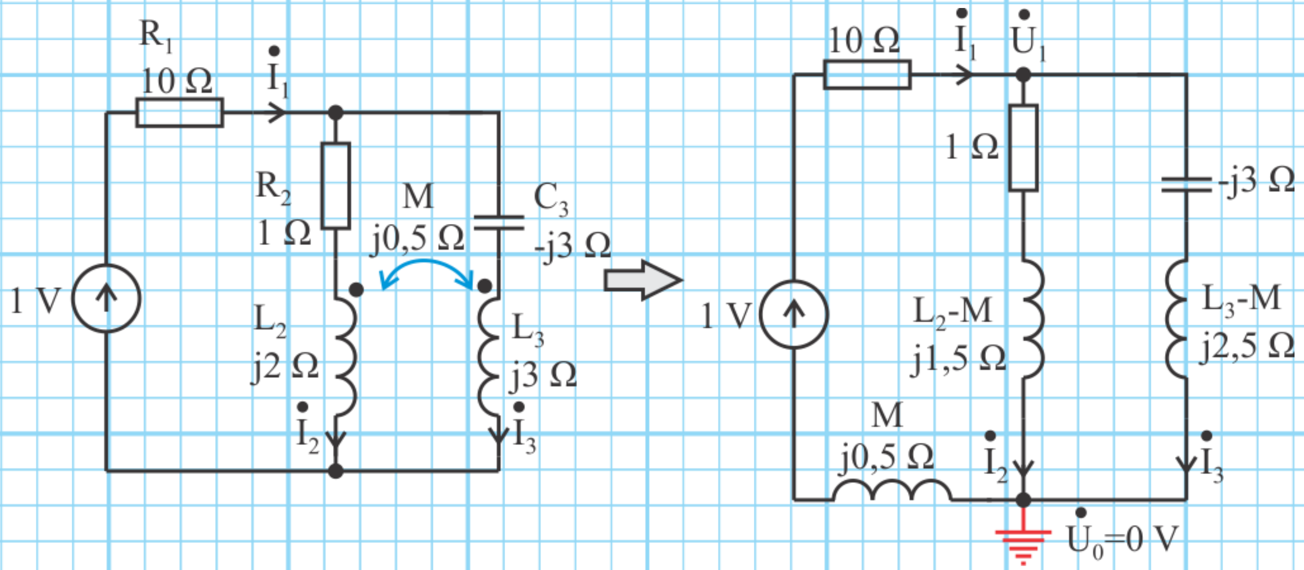
Пример: Да се реши задачата от последния пример по метода с възловите потенциали.

В схемата от предходната задача двете бобини имат обща точка, което ни позволява да елиминираме индуктивната връзка, като добавим трета бобина. Стойностите на трите бобини sa:

$$j\omega(L_2 - M) = j2 - j0{,}5 = j1{,}5\ \Omega$$

$$j\omega(L_3 - M) = j3 - j0{,}5 = j2{,}5\ \Omega$$

$$j\omega M = j0{,}5\ \Omega$$



Вече можем да приложим методът с възловите потенциали. Заземяваме единия възел ($\dot{U}_0 = 0\ [V]$), като неизвестен остава потенциалът на възел 1 - $\dot{U}_1$. Системата с уравнения по ПЗК е:

$$\left|\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 \quad => \quad \right|\frac{\dot{U}_0 - \dot{U}_1 + 1}{10 + j0{,}5} = \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_0}{1 + j1{,}5} + \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_0}{-j0{,}5}$$

Заместваме $\dot{U}_0 = 0$ и изразяваме $\dot{U}_1$:

$$\dot{U}_1 = \frac{\dfrac{1}{10 + j0{,}5}}{\dfrac{1}{1 + j1{,}5} - \dfrac{1}{j0{,}5} + \dfrac{1}{10 + j0{,}5}} = \frac{0{,}100 - j0{,}005}{0{,}407 + j1{,}533} = = 0{,}013 - j0{,}062\ [V]$$

Следователно токовете във веригата са:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_0 - \dot{U}_1 + 1}{10 + j0{,}5} = \frac{0{,}987 + j0{,}062}{10 + j0{,}5} = 0{,}099 + j0{,}001\ [A]$$

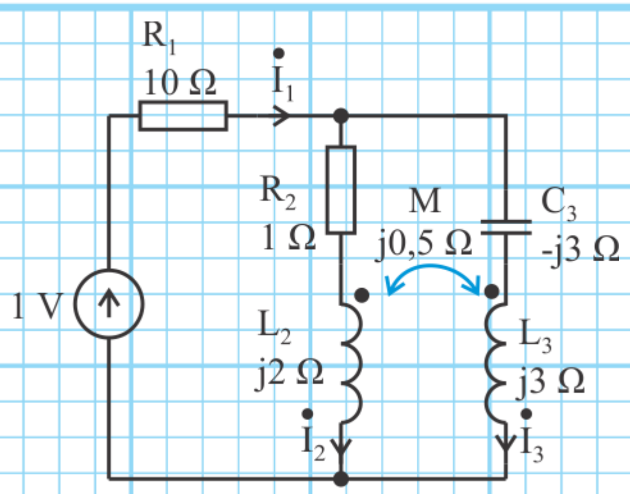
$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_0}{1 + j1{,}5} = \frac{0{,}013 - j0{,}062}{1 + j1{,}5} = -0{,}025 - j0{,}025\ [A]$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_0}{-j0{,}5} = \frac{0{,}013 - j0{,}062}{-j0{,}5} = 0{,}124 + j0{,}026\ [A]$$

Метод с контурните токове

Когато става дума за вериги съдържащи индуктивни връзки, може би най-удобен е методът с контурните токове. В случая, след като предварително се създаде еквивалентна заместваща схема със зависими източници, е нужно тяхната големина да се изрази чрез контурните токове. От там нататък се записват уравнения по ВЗК за всеки неизвестен контурен ток.

Пример: Да се анализира преходната схема, използвайки метода с контурните токове.



Създаваме еквивалентна заместваща схема със зависими източници, след което изразяваме клоновите токове като алгебрична сума от контурните токове, минаващи през тях:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_1^{(k)}$$

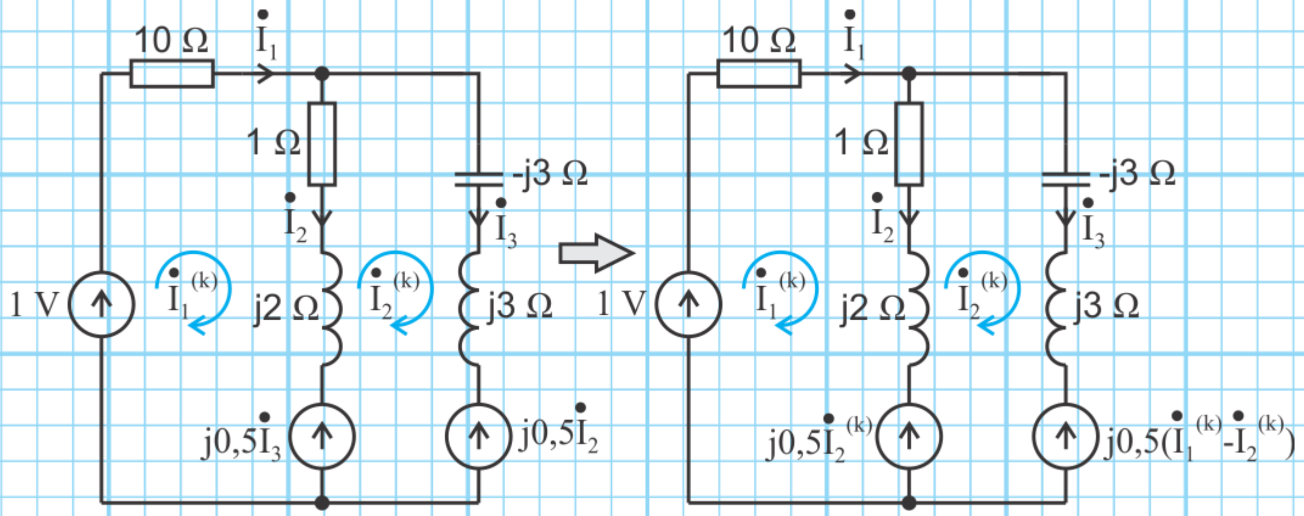
$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1^{(k)} - \dot{I}_2^{(k)}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_2^{(k)}$$

След това изразяваме големините на зависимите източници чрез контурните токове:

$$j0{,}5\dot{I}_2 = j0{,}5\left(\dot{I}_1^{(k)} - \dot{I}_2^{(k)}\right)$$

$$j0{,}5\dot{I}_3 = j0{,}5\dot{I}_2^{(k)}$$



За двата контура записваме уравнения по ВЗК:

$$\begin{cases} 1 - j0{,}5\dot{I}_2^{(k)} = \dot{I}_1^{(k)}(10 + 1 + j2) - \dot{I}_2^{(k)}(1 + j2) \\ j0{,}5\dot{I}_2^{(k)} - j0{,}5(\dot{I}_1^{(k)} - \dot{I}_2^{(k)}) = \dot{I}_2^{(k)}(1 + j2 + j3 - j3) - \dot{I}_1^{(k)}(1 + j2) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 1 = \dot{I}_1^{(k)}(11 + j2) - \dot{I}_2^{(k)}(1 + j1{,}5) \\ 0 = -\dot{I}_1^{(k)}(1 + j1{,}5) + \dot{I}_2^{(k)}(1 + j) \end{cases}$$

В матрична форма:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1^{(k)} \\ \dot{I}_2^{(k)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 + j2 & -(1 + j1{,}5) \\ -(1 + j1{,}5) & 1 + j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Детерминантите са:

$$\Delta = \begin{bmatrix} 11 + j2 & -(1 + j1{,}5) \\ -(1 + j1{,}5) & 1 + j \end{bmatrix} =$$

$$= 11 + j11 + j2 - 2 - 1 - j1{,}5 - j1{,}5 + 2{,}25 = 10{,}25 + j10$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 1 & -(1 + j1{,}5) \\ 0 & 1 + j \end{bmatrix} = 1 + j$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 11 + j2 & 1 \\ -(1 + j1{,}5) & 0 \end{bmatrix} = 1 + j1{,}5$$

Следователно контурните токове са:

$$\dot{I}_1^{(k)} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1 + j}{10{,}25 + j10} = 0{,}099 + j0{,}001\ [A]$$

$$\dot{I}_2^{(k)} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{1 + j1{,}5}{10{,}25 + j10} = 0{,}123 + j0{,}026\ [A]$$

а за клоновите токове се получава:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_1^{(k)} = 0{,}099 + j0{,}001\ [A]$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1^{(k)} - \dot{I}_2^{(k)} = 0{,}099 + j0{,}001 - 0{,}123 - j0{,}026 = \\ = -0{,}024 - j0{,}025\ [A]$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_2^{(k)} = 0{,}123 + j0{,}026\ [A]$$